



Sujet blanc du contrôle 5

Dérivation de degré 3 et schéma de Bernoulli

Le barème est donné à titre indicatif. Une attention particulière à la qualité de la présentation de la copie et à la clarté des raisonnements est attendue. Calculatrice autorisée.

Exercice 1. (12 points). Une entreprise fabrique chaque jour x kilogrammes d'un produit. Le coût total de production en euros de ces x kilogrammes est donné par la fonction suivante : pour tout $x \geq 0$,

$$f(x) = x^3 - 9x^2 + 30x.$$

1. Quel est le degré de la fonction f ?
2. Calculer le coût de production de 0 kilogrammes puis celui de 10 kilogrammes.
3. Dériver la fonction f .

Soit g la fonction suivante définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par

$$g(x) = x^2 - 6x + 10.$$

4. Comment est orientée la parabole associée à g ? Justifier.
5. Calculer l'abscisse x_S de son sommet.
6. Montrer que $g(x_S) > 0$.
7. Dresser le tableau de variation de g .
8. En déduire, en justifiant, que la fonction g est positive sur \mathbb{R} .
9. Soit $x \in \mathbb{R}$, calculer $3g(x)$. Quelle fonction retrouve-t-on ?
10. En déduire le signe de f' sur $[0; +\infty[$.
11. En déduire le sens de variation de f .
12. (*Bonus*) En déduire, en justifiant, le signe de f sur $[0; +\infty[$.

Prière de tourner la page.

**Exercice 2.** (10 points).

Iden et Ange-Marie voyagent à Las Vegas et veulent jouer aux machines à sous. La machine que l'on considère possède trois rouleaux sur lesquels sont affichés 10 symboles différents. On suppose que les résultats de chaque rouleau sont indépendants les uns des autres. Un rouleau est gagnant si le symbole 7 apparaît.



1. Le résultat d'un seul rouleau constitue-t-il une expérience de Bernoulli ou un schéma de Bernoulli ?
2. Décrire le succès S et l'échec \bar{S} .
3. Calculer la probabilité d'obtenir un succès. En déduire celle d'obtenir un échec.

Iden et Ange-Marie peuvent gagner le jackpot si les trois rouleaux sont gagnants.

4. Justifier que cela constitue un schéma de Bernoulli.
5. Donner les paramètres n et p associés à ce schéma.
6. Tracer l'arbre des probabilités associé à ce schéma.
7. Surligner d'une couleur la/les branche(s) correspondant au jackpot.
8. En déduire la probabilité d'obtenir un jackpot.

Iden et Ange-Marie peuvent également gagner un mini-jackpot si au moins deux 7 sur les trois apparaissent.

9. Enumérer la/les branche(s) correspondant à cet événement.
10. En déduire la probabilité d'obtenir un mini-jackpot.